

Name		Matr.-Nr.:	
$\Sigma$	Note:		

DI Stefan Klampff  
28.02.2011 – Gruppe A

## Prüfung zur Lehrveranstaltung 708.031 Datenstrukturen und Algorithmen

Es sind keinerlei Unterlagen oder Hilfsmittel erlaubt. Es dürfen nur einzelne, lose Blätter verwendet werden! Auf jedem Blatt muss der Name und die Matrikelnummer angegeben werden! Reine Arbeitszeit beträgt 90 Minuten.

### 1. Asymptotische Schranken (10 Punkte)

- a.) Definieren Sie in einer mathematischen Formulierung sowohl die  $O$ -Notation als auch die  $\Theta$ -Notation. Erklären Sie Ihre Definitionen jeweils auch mit eigenen Worten anhand einer Skizze.
- b.) Lösen Sie die folgende rekursive Zeitgleichung durch iteratives Einsetzen:  $T(n) = 4T(\frac{n}{2}) + n^2$ , mit  $T(1) = O(1)$ .
- c.) Geben Sie eine Funktion  $f(n)$  an, sodass weder  $f(n) = O(n^2)$  noch  $f(n) = \Omega(n^2 \log n)$  ist. Beweisen Sie Ihre Behauptung!
- d.) Beweisen oder widerlegen Sie: Die Funktion  $g(n) = \log^2 n$  ist  $O(\sqrt[3]{n})$ .

### 2. Sortieralgorithmen (10 Punkte)

- a.) Was sind vergleichsbasierte Sortieralgorithmen? Erklären Sie ausführlich das Entscheidungsbaummodell und leiten Sie damit die untere Schranke für die worst-case Laufzeit von vergleichenden Sortierverfahren ab.
- b.) Geben Sie ein Beispiel für ein nicht vergleichsbasiertes Sortierverfahren und zeigen Sie, wie man damit ein lineares Feld sortieren kann. Welche Voraussetzungen müssen gegeben sein, damit die Schranke in a.) unterschritten wird?
- c.) Was bedeuten die Begriffe *in-place* und *adaptiv* im Zusammenhang mit Sortierverfahren?

### 3. (2-4)-Bäume (10 Punkte)

- a.) Beschreiben Sie die Datenstruktur der (2-4)-Bäume. Worin liegt der Vorteil dieser Datenstruktur? Zeigen Sie, dass die Höhe eines (2-4)-Baums  $h = \Theta(\log n)$  ist ( $n$  ist die Anzahl der Blätter).
- b.) Zeigen Sie, wie man (2-4)-Bäume zum **adaptiven** Sortieren verwenden kann. Erklären Sie, warum dieser Sortieralgorithmus adaptiv ist.
- c.) Welche Funktionen benötigt man, um eine **mischbare** Warteschlange mit Prioritäten zu implementieren? Erklären Sie, wie diese Datenstruktur als (2-4)-Baum implementiert werden kann, und geben Sie die Laufzeiten der Funktionen an.

### 4. Richtig oder Falsch (10 Punkte)

Stimmen die folgenden Aussagen? Beachten Sie, dass es nur bei richtiger Antwort **mit** richtiger Begründung Punkte gibt.

- a.) Die Interpolationssuche ist immer schneller als die Binärsuche in sortierten Feldern.
- b.) Eine ideale Hashfunktion kann auch Kollisionen liefern, wenn  $\alpha < 1$ .
- c.) Es existiert ein präfix-freier (aber nicht notwendigerweise optimaler) Binärcode mit den Codewortlängen 1, 2, 3, 4, ..., 2009, 2010, 2011.
- d.) Bei einem Binärbaum, der in Hauptreihenfolge absteigend sortiert ist, steht das Minimum immer in der Wurzel.
- e.) Jedes absteigend vorsortierte Feld ist eine Halde, aber nicht umgekehrt.

*Viel Erfolg!*