

Name		Matr.-Nr.:	
Σ	Note:		

DI Stefan Klampff
08.02.2010 – Gruppe D

Prüfung zur Lehrveranstaltung 708.031 Datenstrukturen und Algorithmen

Es sind keinerlei Unterlagen oder Hilfsmittel erlaubt. Es dürfen nur einzelne, lose Blätter verwendet werden! Auf jedem Blatt muss der Name und die Matrikelnummer angegeben werden! Reine Arbeitszeit beträgt 90 Minuten.

1. Asymptotische Schranken (10 Punkte)

- a.) Definieren Sie in klaren Worten und einer mathematischen Formulierung sowohl die O -Notation als auch die Ω -Notation (mit Skizze!).
- b.) Lösen Sie die folgende rekursive Zeitgleichung durch iteratives Einsetzen: $T(n) = T(\frac{n}{2}) + n$, mit $T(1) = O(1)$
- c.) Beweisen oder widerlegen Sie folgende Aussagen (Antworten ohne richtige Begründung erhalten **keine** Punkte!):
 - i.) Es existiert kein Algorithmus, welcher eine Laufzeit von $\Omega(n^3)$ und $O(2^n)$ besitzt.
 - ii.) Die Funktion $g(n) = n^{1+\sin n}$ ist $O(n^2)$.

2. (2-4)-Bäume (10 Punkte)

- a.) Definieren Sie (2-4)-Bäume und erklären Sie den Vorteil der Struktur. Zeigen Sie, dass die Höhe eines (2-4)-Baums $h = \Theta(\log n)$ ist (n ist die Anzahl der Blätter).
- b.) Zeigen Sie, wie man (2-4)-Bäume zum **adaptiven** Sortieren verwenden kann.
- c.) Welche Funktionen benötigt man, um eine **mischbare** Warteschlange mit Prioritäten zu implementieren? Erklären Sie, wie diese Datenstruktur als (2-4)-Baum implementiert werden kann, und geben Sie die Laufzeiten der Funktionen an.

3. Gestreute Speicherung (10 Punkte)

- a.) Erklären Sie das Grundprinzip der gestreuten Speicherung (mit Skizze). Wann kommt es zu Kollisionen und wie werden diese behandelt (2 Methoden)?
- b.) Erklären Sie die Divisions- und Multiplikationsmethode. Geben Sie die Bedingung für eine ideale Hashfunktion an.
- c.) Leiten Sie den erwarteten Suchaufwand in einer Hashtabelle T mit Überlauferlisten her. Betrachten Sie dabei getrennt die Fälle (i) $w \notin T$ und (ii) $w \in T$. Wie groß ist der Suchaufwand im worst-case?

4. Richtig oder Falsch (10 Punkte)

Stimmen die folgenden Aussagen? Beachten Sie, dass es nur bei richtiger Antwort **mit** richtiger Begründung Punkte gibt.

- a.) Alle vergleichsbasierten Sortierverfahren haben im best case eine Laufzeit von $\Omega(n \log n)$.
- b.) Es existiert kein optimaler, präfix-freier Binärcode mit den Kodewortlängen 2, 2, 3, 3, 3, 4, 5.
- c.) RadixSort ist ein stabiler Sortieralgorithmus.
- d.) Die Interpolationssuche ist nur dann langsamer als die Binärsuche, wenn die Werte mit der Fakultät ansteigen ($A[n] = n!$).
- e.) Der Codebaum für einen optimalen binären präfix-freien Code ist immer ein vollständiger Binärbaum.

Viel Erfolg!