

**Prüfung zu Lehrveranstaltung  
708.031 Datenstrukturen und Algorithmen  
GRUPPE B**

Es sind keinerlei Unterlagen oder Hilfsmittel erlaubt. Es dürfen nur einzelne, lose Blätter verwendet werden! Auf jedem Blatt muss der Name und die Matrikelnummer angegeben werden! Reine Arbeitszeit beträgt 90 Minuten.

**1. Asymptotische Schranken (10 Punkte)**

- a.) Kreuzen Sie **alle** richtigen Aussagen an. Beachten Sie, dass es auch mehrere richtige Antworten in einer Zeile geben kann. Keine Begründung notwendig!

$f(n)$	$g(n)$	$f(n) = O(g(n))$	$f(n) = \Theta(g(n))$	$f(n) = \Omega(g(n))$
$-2n^2 + 10^{-100}n^5 - 9.56n^3$	$-\sqrt{n} + \frac{4}{5}n^5$			
$n^6 + n!$	$n^8$			
$\frac{n^2 + 4n^7 - 3n^5}{6n^2 + n^5}$	$n^3$			
$f(n) = \begin{cases} n^5 & 97 < n < 100 \\ 0.5n^2 & \text{otherwise} \end{cases}$	$n^3$			
$e^{\log_3(n)}$	$n^2$			

- b.) Lösen Sie folgende Rekursionen (ohne die Verwendung der *Master Methode*):  
 (i)  $T(n) = O(n^2) + 3T(\frac{n}{3})$ ,  $T(1) = O(1)$                       (ii)  $T(n) = O(n \log n) + 2T(\frac{n}{2})$ ,  $T(2) = O(1)$

**2. Sortieralgorithmen (10 Punkte)**

- a.) Schreiben Sie einen Pseudocode für *MergeSort* und führen Sie eine Laufzeit- und Speicheranalyse durch.
- b.) Sortieren Sie folgende Werte Schritt für Schritt (mit Erklärungen!!) mit **InsertionSort**:  

5	6	1	9	7	3	2	4
---	---	---	---	---	---	---	---
- c.) Leiten Sie die untere Laufzeitschranke für vergleichende Sortierverfahren ab. Erklären Sie dazu das Entscheidungsbaummodell im Detail.

**3. (2,4)-Bäume (10 Punkte)**

- a.) Beweisen Sie mathematisch die logarithmische Abhängigkeit der Höhe  $h$  von der Inputgröße  $n$  bei (2,4)-Bäumen.
- b.) Mischbare Warteschlangen mit Prioritäten: Welche Funktionen müssen dabei implementiert werden? Erklären Sie **ausführlich** wie man sie mit (2,4)-Bäumen umsetzt?
- c.) Erklären Sie wie man (2,4)-Bäume zum Sortieren verwenden kann. Wie erreicht man dabei die Eigenschaft der Adaptivität?

**4. Richtig oder Falsch (10 Punkte)**

Stimmen folgenden Aussagen? Beachten Sie, dass es Punkte nur bei richtiger Antwort **MIT** richtiger Begründung gibt.

- a.) Es existiert ein optimaler, präfix-freier Binärcode mit den Kodewortelängen 2,2,2,3,3,4,5,5.
- b.) Der randomisierte Quicksort ist ein adaptiver Sortieralgorithmus.
- c.) Hashtabellen: Solange der Belegunsfaktor  $\alpha < 1$  kommt es zu keinen Kollisionen.
- d.) Die Binärsuche ist bei sortierten linearen Feldern immer langsamer als die Interpolationssuche.
- e.) Alle Funktionen der Warteschlange mit Prioritäten, mithilfe von Halden implementiert, haben eine Laufzeit von  $T(n) = \Omega(\log n)$ .