

Prüfung zu Lehrveranstaltung 708.031 Datenstrukturen und Algorithmen

Es sind keinerlei Unterlagen oder Hilfsmittel erlaubt. Es dürfen nur einzelne, lose Blätter verwendet werden! Auf jedem Blatt muss der Name und die Matrikelnummer angegeben werden! Reine Arbeitszeit beträgt 90 Minuten.

1. Asymptotische Schranken (10 Punkte)

- a.) Definieren Sie in klaren Worten und einer mathematischen Formulierung sowohl die O -Notation als auch die Θ -Notation (mit Skizze!).
- b.) Lösen Sie folgende Rekursionen (ohne die Verwendung der *Master Methode*):
 - i.) $T(n) = 2T(\frac{n}{3}) + n$, $T(1) = O(1)$ Tipp: $\log_{b'}(x) = \frac{1}{\log_b(b')} \cdot \log_b(x)$
 - ii.) $T(n) = 2T(\frac{n}{2}) + n^2$, $T(2) = O(1)$

2. (2,4)-Bäume (10 Punkte)

- a.) Zeigen Sie wie die Baumhöhe h von der Anzahl der enthaltenen Elemente n abhängt und **beweisen** Sie Ihre Behauptung.
- b.) Erklären Sie die spezielle Struktur der (2,4)-Bäume, wenn man sie als *mischbare Warteschlange* verwenden will. Welche Funktionen müssen dafür implementiert werden und wie lauten die zugehörigen Laufzeiten?
- c.) Leiten Sie die Laufzeit $T(n)$ für Sortieren mit (2,4)-Bäume ab und zeigen Sie wieso der Sortieralgorithmus adaptiv ist. (Sie können die Spaltoperationen mit $\sum_{i=1}^n s_i \leq \frac{3}{2}n$ abschätzen.) Tipp: Definieren Sie ein Maß für die Unsortiertheit einer Zahlenfolge.

3. Sortieralgorithmen (10 Punkte)

- a.) Vergleichen Sie InsertionSort mit MergeSort in folgenden Punkten: Laufzeiten $T(n)$ und Speicheraufwand $S(n)$ in den drei Fällen (best, average, worst). Diskutieren Sie ausführlich die Vor- und Nachteile in den einzelnen Fällen.
- b.) Erklären Sie ausführlich mit eigenen Worten das Prinzip von Quicksort (**kein** Pseudocode!). Welchen Vorteil besitzt die randomisierte Version gegenüber einer nicht randomisierten?

4. Halden (10 Punkte)

- a.) Wie funktioniert der Verhaldungsprozess (Skizze)? Schreiben Sie einen Pseudocode dazu und führen Sie eine Laufzeitanalyse durch.
- b.) Leiten Sie eine **enge** Schranken für die Laufzeit $T(n)$ für den Aufbau einer Halde aus einem beliebigen linearen Feld $A[n]$. ($T(n) = O(n \cdot \log(n))$ ist nicht eng genug!)
- c.) Erklären Sie mit eigenen Worten und an einem Zahlenbeispiel wie man Halden zum Sortieren verwenden kann (**kein** Pseudocode).

Viel Erfolg!